

[I] (1)



全体: $n+b C_2$

条件: $b C_1 \times n C_1$

$$\therefore P_n = \frac{b C_1 \times n C_1}{n+b C_2} = \frac{bn}{\frac{(n+b)(n+5)}{2}}$$

$$= \frac{12n}{(n+b)(n+5)}$$

★ P_n が最大になるのは $n=5$ のとき

$\frac{P_{n+1}}{P_n} \geq 1$ とする

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{\frac{12(n+1)}{(n+6)(n+5)}}{\frac{12n}{(n+b)(n+5)}} = \frac{(n+1)(n+5)}{n(n+6)}$$

$$\therefore \frac{P_{n+1}}{P_n} \geq 1 \iff \frac{(n+1)(n+5)}{n(n+6)} \geq 1$$

$$\iff n^2 + 6n + 5 \geq n^2 + 7n$$

$$\iff 5 \geq n$$

したがって

$$P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < P_5 = P_6 > P_7 > P_8 \dots$$

よって $n=5$ のとき P_n が最大になる。 $n=5$ のとき $6 \leq n < 7$

$$P_5 = P_6 = \frac{12 \times 5}{11 \times 10} = \frac{6}{11}$$

P_n の最大値を求めるときは、他は二次の式で済む

$$P_n = \frac{12n}{(n+6)(n+7)} \quad f'$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_n} &= \frac{1}{12} \frac{n^2 + 11n + 30}{n} \\ &= \frac{1}{12} \left(n + \frac{30}{n} + 11 \right) \end{aligned}$$

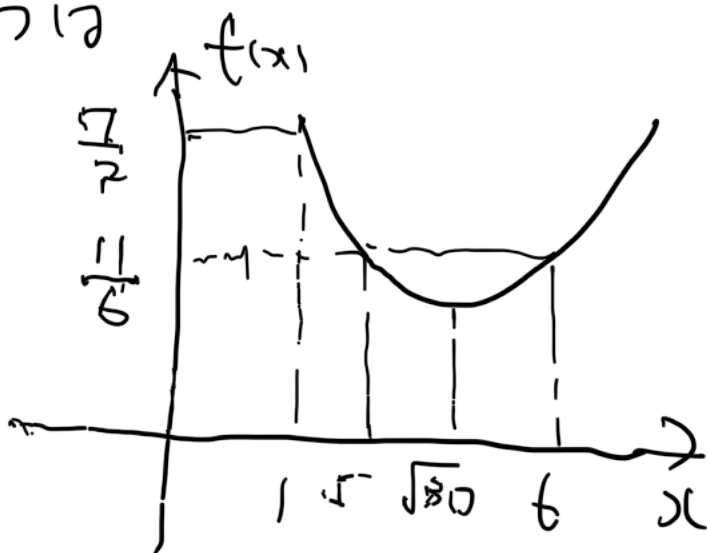
∴ $f(x) = \frac{1}{12} \left(x + \frac{30}{x} + 11 \right) \quad (x < 1 \text{ と } x \geq 1)$

$$f'(x) = \frac{1}{12} \left(1 - \frac{30}{x^2} \right) = \frac{x^2 - 30}{12x^2}$$

x	1		$\sqrt{30}$...	∞
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$\frac{7}{2}$	\searrow	$\frac{11}{6}$	\nearrow	∞

$5 < \sqrt{30} < 6$ ∴ $f(5) = f(6) = \frac{11}{6}$

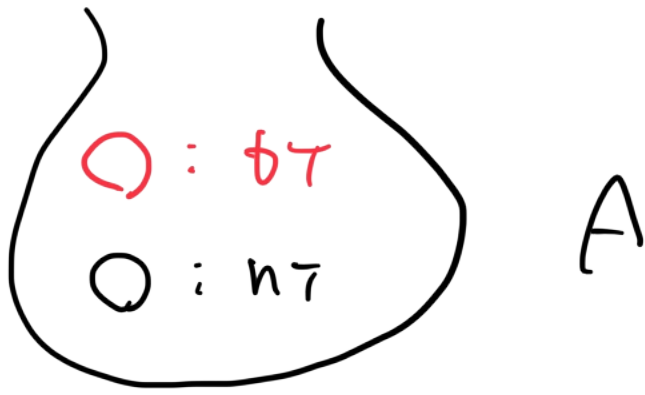
グラフ



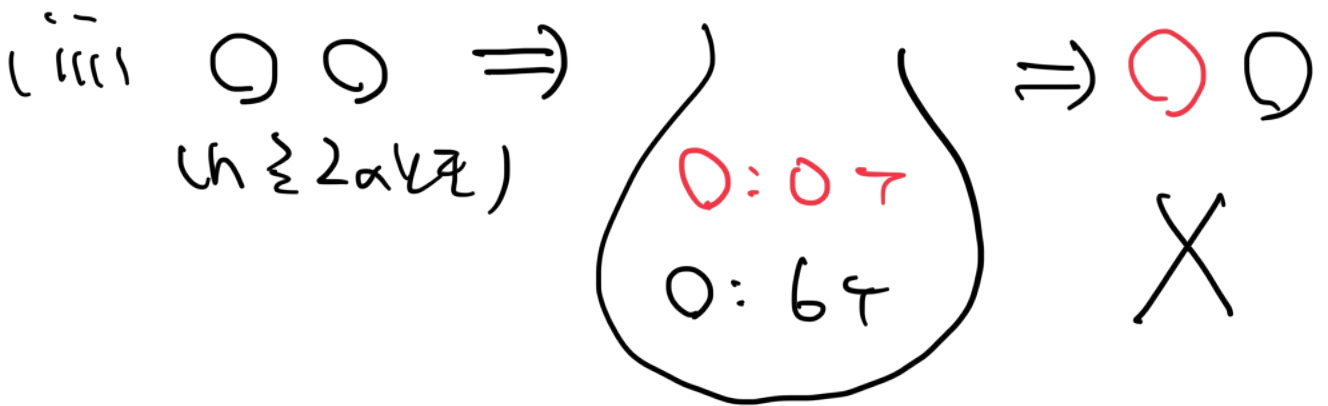
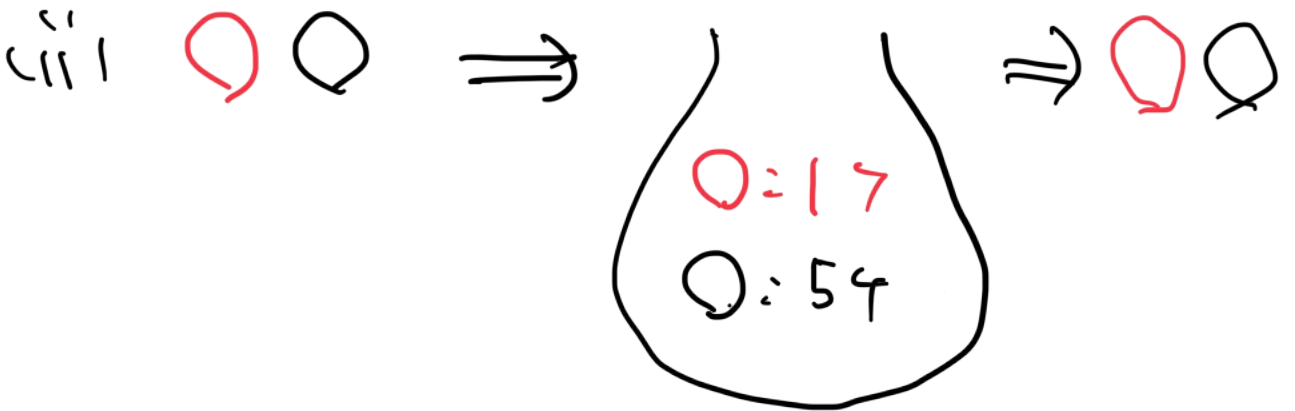
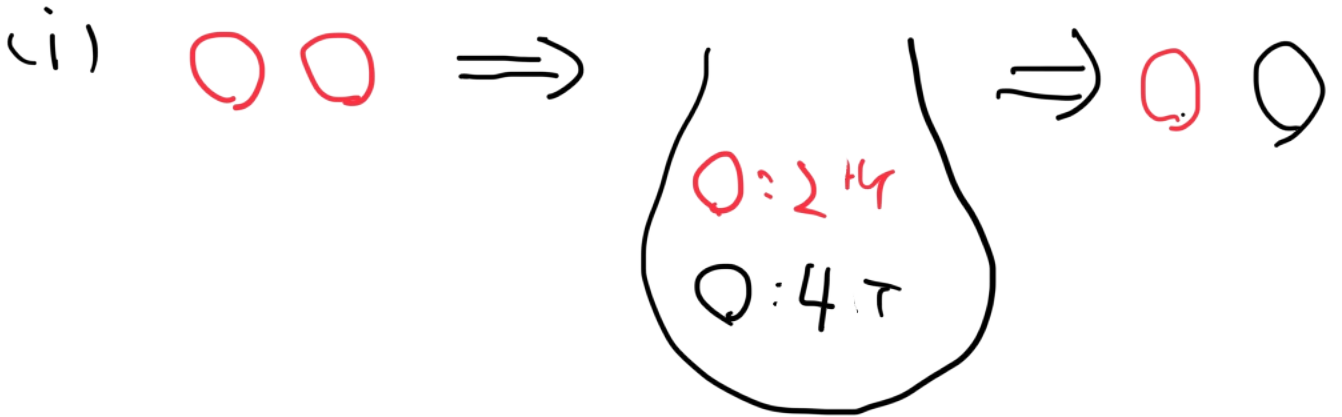
よ、 $n = 5, 6$ のときは P_n は最大となり、この

最大値は $P_5 = P_6 = \frac{6}{11}$

Q21



2T Bに0225



Aは2Tに等しい

(i) 赤2, (ii) 赤1黒1, (iii) 黒2 (n ≥ 2)

の3パターンは互いに排反である。

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \frac{{}^6C_2}{{}^{n+6}C_2} \times \frac{{}^2C_1 \times {}^4C_1}{{}^6C_2} &= \frac{2 \times 4}{\frac{(n+6)(n+5)}{2}} \\ &= \frac{16}{(n+6)(n+5)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \frac{{}^6C_1 \times {}^n C_1}{{}^{n+6}C_2} \times \frac{{}^1C_1 \times {}^5C_1}{{}^6C_2} &= \frac{6 \times n \times 5}{\frac{(n+6)(n+5)}{2} \times 15} \\ &= \frac{4}{(n+6)(n+5)} \end{aligned}$$

(iii) $\sum_{n=0}^{\infty} (i) + (ii)$ का $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{16}{(n+6)(n+5)} + \frac{4}{(n+6)(n+5)}$ का मान ज्ञात करें।

$$S_n = \frac{16}{(n+6)(n+5)} + \frac{4}{(n+6)(n+5)} = \frac{20}{(n+6)(n+5)}$$

$$\therefore S_n < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{(n+6)(n+5)} < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (n+6)(n+5) > 60$$

$$\Rightarrow n^2 + 11n - 30 > 0$$

$$n \geq 1 \text{ या } n \leq -12$$

$$n \geq \frac{-11 + \sqrt{121 + 120}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{241}}{2}$$

$$15 < \sqrt{241} < 16 \text{ या}$$

$$2 < \frac{-1 + \sqrt{241}}{2} < \frac{5}{2}$$

$$\therefore n \geq 3 \text{ या } n \leq -12 \text{ (नकारात्मक मानों को छोड़कर)}$$